

Exercice

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points

$$A(3; 0; 1), \quad B(2; 1; 2) \quad \text{et} \quad C(-2; -5; 1).$$

1. Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

3. Vérifier que le plan (ABC) a pour équation cartésienne :

$$-x + y - 2z + 5 = 0.$$

4. On considère le point $S(1; -2; 4)$.

Déterminer la représentation paramétrique de la droite (Δ) , passant par S et orthogonale au plan (ABC).

5. On appelle H le point d'intersection de la droite (Δ) et du plan (ABC).

Montrer que les coordonnées de H sont $(0; -1; 2)$.

6. Calculer la valeur exacte de la distance SH.

7. On considère le cercle \mathcal{C} , inclus dans le plan (ABC), de centre H, passant par le point B. On appelle \mathcal{D} le disque délimité par le cercle \mathcal{C} .

Déterminer la valeur exacte de l'aire du disque \mathcal{D} .

8. En déduire la valeur exacte du volume du cône de sommet S et de base le disque \mathcal{D} .

Exercice

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Les cinq questions sont indépendantes.

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(-1; 2; 5)$, $B(3; 6; 3)$, $C(3; 0; 9)$ et $D(8; -3; -8)$.

On admet que les points A, B et C ne sont pas alignés.

1. ABC est un triangle :

- a. isocèle rectangle en A
- b. isocèle rectangle en B
- c. isocèle rectangle en C
- d. équilatéral

2. Une équation cartésienne du plan (BCD) est :

- a. $2x + y + z - 15 = 0$
- b. $9x - 5y + 3 = 0$
- c. $4x + y + z - 21 = 0$
- d. $11x + 5z - 73 = 0$

3. On admet que le plan (ABC) a pour équation cartésienne $x - 2y - 2z + 15 = 0$.

On appelle H le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).

On peut affirmer que :

- a. $H(-2; 17; 12)$
- b. $H(3; 7; 2)$
- c. $H(3; 2; 7)$
- d. $H(-15; 1; -1)$

4. Soit la droite Δ de représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}, \text{ avec } t \text{ réel.}$$

Les droites (BC) et Δ sont :

- a. confondues
- b. strictement parallèles
- c. sécantes
- d. non coplanaires

5. On considère le plan \mathcal{P} d'équation cartésienne $2x - y + 2z - 6 = 0$.

On admet que le plan (ABC) a pour équation cartésienne $x - 2y - 2z + 15 = 0$.

On peut affirmer que :

- a. les plans \mathcal{P} et (ABC) sont strictement parallèles
- b. les plans \mathcal{P} et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (AB)
- c. les plans \mathcal{P} et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (AC)
- d. les plans \mathcal{P} et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (BC)